

Instytut Fizyki
Uniwersytet Mikołaja Kopernika

Piotr Targowski i Bernard Ziętek

Pracownia Optoelektroniki

GENERACJA II HARMONICZNEJ ŚWIATŁA

Zadanie VI

Zakład Optoelektroniki
Toruń 2004

I. Cel zadania

Celem zadania jest poznanie podstaw jednego z najważniejszych efektów optyki nieliniowej - generacji drugiej harmonicznej światła.

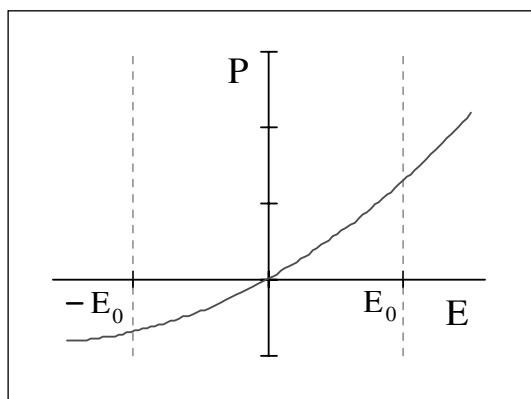
II. Wstęp

Przy dużych gęstościach energii świetlnej dostępnych dzięki laserom pojawiły się możliwości badania optycznych zjawisk nieliniowych, często przewidywanych wcześniej teoretycznie. U podłoża zjawisk nieliniowych leży oddziaływanie światła z kryształami. Jądra i związane nimi elektrony tworzą w ciele stałym elektryczne dipole, które wykonują wymuszone przez silne pole elektromagnetyczne oscylacje. Już z klasycznej teorii elektromagnetyzmu wynika, że drgające dipole są same źródłem promieniowania. Jeżeli amplituda drgań jest mała, wtedy dipole emitują promieniowanie o tej samej częstotliwości co padające. Przy wzroście gęstości promieniowania drgania stają się nieliniowe, w wyniku czego generują się wyższe harmoniczne częstotliwości wymuszającej fali elektromagnetycznej.

Wielkością związaną z momentami dipolowymi jest elektryczna polaryzacja P (moment dipolowy na jednostkę objętości), którą wyraża się w postaci szeregu rozwiniętego względem natężenia pola

$$P = \varepsilon_0(\chi E + \chi_2 E^2 + \chi_3 E^3 + \dots) \quad (1)$$

gdzie: χ jest liniową podatnością, a χ_2, χ_3, \dots są nieliniowymi współczynnikami optycznymi. Nieliniową zależność między P i E przedstawia rys. 1.



Rys. 1. Przykładowa zależność polaryzacji ośrodka nieliniowego od natężenia pola elektrycznego fali elektromagnetycznej. E_0 jest amplitudą pola z rys. 2

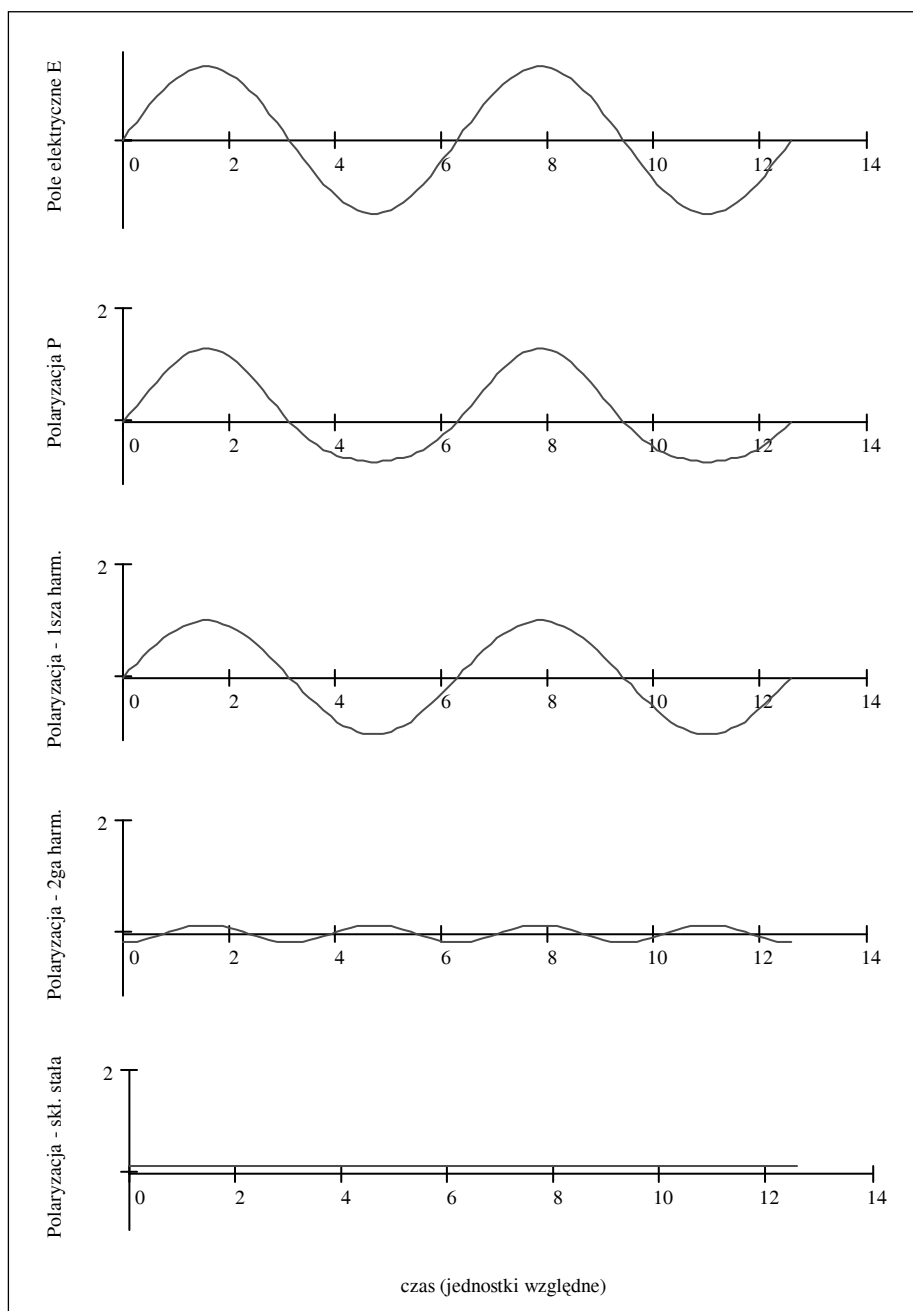
Jeżeli natężenie pola elektrycznego fali EM ma postać funkcji harmonicznnej

$$E = E_0 \sin \omega t, \quad (2)$$

to polaryzacja wyrazi się następującym wzorem

$$\begin{aligned} P &= \varepsilon_0 \left[\chi E_0 \sin(\omega t) + \chi_2 E_0^2 \sin^2 \omega t + \dots \right] = \\ &= \varepsilon_0 \left\{ \chi E_0 \sin(\omega t) + \frac{1}{2} \chi_2 E_0^2 [1 - \cos(2\omega t)] + \dots \right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

Równanie zawiera wyraz z 2ω odpowiadający fali o częstotliwości dwukrotnie większej niż fala padająca oraz wyraz z ω i składową stałą (rys. 2).



Rys. 2. Harmoniczne pole elektryczne, polaryzacja ośrodka nieliniowego z rys. 1 oraz rozkład Fouriera tej polaryzacji (3)

Czynnik związany z drugą harmoniczną nie ma żadnego znaczenia, jeśli natężenie pola EM jest dalekie od natężenia pola wewnętrznego kryształu (10^{11} V/m^{-1}). Przy natężeniu pola rzędu 10^6 V/m^{-1} możemy już spodziewać efektu generacji drugiej harmonicznej. Odpowiada to, w optycznych częstotliwościach, gęstości mocy rzędu 10^9 Wm^{-2} . Dla porównania, pole i gęstość mocy dla światła słonecznego wynosi odpowiednio 100 Vm^{-1} i 20 Wm^{-2} .

Pokażemy, że w materiałach, które posiadają środek symetrii, polaryzacja jest *liniową* funkcją pola elektrycznego. W takich kryształach energia potencjalna elektronów V musi być funkcją symetryczną, zgodną z symetrią kryształu, czyli

$$V(-x) = V(x), \quad (4)$$

tak więc energia potencjalna może zawierać tylko parzyste potęgi położenia $x(t)$

$$V(x) = \frac{m}{2} \omega^2 x^2(t) + \frac{m}{4} B x^4(t) + \dots \quad (5)$$

Siła działająca na elektron ma postać

$$F(x, t) = -\frac{\partial V}{\partial x} = -m \omega^2 x(t) - m B x^3(t) + \dots \quad (6)$$

Ponieważ polaryzacja wyraża się wzorem

$$P(x, t) = -N e x(t), \quad (7)$$

gdzie: e jest ładunkiem elementarnym a N gęstością elektronów w kryształach, to pomijając we wzorze (6) wszystkie wyrazy oprócz pierwszego, uzyskujemy dla pola elektrycznego $E(x, t)$:

$$E(x, t) = \frac{F(x, t)}{e} = -\frac{m}{e} \omega^2 x(t) . \quad (8)$$

Wyznaczając $x(t)$ i wstawiając do (7) otrzymujemy

$$P(x, t) = -\frac{N e^2}{m \omega^2} E(x, t). \quad (9)$$

Czyli polaryzacja jest liniową funkcją natężenia pola - brak wyrazu proporcjonalnego do E^2 (porównaj wzór (3)). *Zatem w symetrycznych ośrodkach nie można obserwować generacji drugiej harmonicznej.*

Spośród 32 klas symetrii punktowej, 20 nie ma środka symetrii. Są to dielektryki piezoelektryczne.

Fala elektromagnetyczna o częstości ω rozchodzi się **w ośrodku** zgodnie ze wzorem

$$E(\vec{r}, t) = E_0 \cos(\omega t - \vec{k}_1 \vec{r}). \quad (10)$$

Pole wytwarza polaryzację według wzoru (3). Składowa polaryzacji, odpowiedzialna za generację drugiej harmonicznej będzie miała postać

$$P'' = P_{2\omega} \cos(2\omega t - 2\vec{k}_1 \vec{r}) \quad (11)$$

gdzie: $P_{2\omega} \propto E^2$ zgodnie z (3).

Równanie (11) można uważać za formułę "fali polaryzacji" poruszającej się w kryształach z prędkością fazową fali wymuszającej. Drgania wektora polaryzacji wytwarzają oczywiście drugą harmoniczną o częstości 2ω i wektorze falowym \vec{k}_2 . W każdym przypadku

$$\left| \vec{k}_2 \right| \neq 2 \left| \vec{k}_1 \right|, \quad (12)$$

z uwagi na dyspersję ośrodka (zależność współczynnika załamania, a więc prędkości rozchodzenia się fali i wektora falowego od częstości fali ω). W pewnych materiałach również kierunki wektorów \vec{k}_2 i \vec{k}_1 są różne.

Tak więc pojawia się różnica faz pomiędzy wymuszającą "falą polaryzacji", a wymuszaną falą drugiej harmonicznej. Powoduje ona, że wzdłuż drogi optycznej periodycznie interferencja jest konstruktywna i destruktywna. Zatem natężenie drugiej harmonicznej zmienia się wzdłuż drogi optycznej z okresem, który nazywa się **długością koherencji** l_c i która zwykle wynosi kilka mikrometrów.

Rozważmy (wprowadzając notację zespoloną) falę płaską (10) przechodzącą przez anizotropowy kryształ. Dla uproszczenia rozpatrzmy problem w jednym wymiarze - wzdłuż osi x . Amplitudę drugiej harmonicznej można wyznaczyć sumując wkład od fali polaryzacji do drugiej harmonicznej generowany w każdym elemencie dx kryształu o grubości L

$$E(2\omega, L) \propto \int_0^L P''(\omega, x) dx. \quad (13)$$

Jeśli opóźnienie w czasie na przejście drugiej harmonicznej z dowolnego punktu x do L będzie τ , wtedy

$$E(2\omega, L) \propto \int_0^L \exp [2i[\omega(t - \tau) - k_1 x]] dx, \quad (14)$$

gdzie:

$$\tau = \frac{L-x}{v_{2\omega}} = \frac{(L-x)k_2}{2\omega}, \quad (15)$$

a $v_{2\omega}$ jest prędkością drugiej harmonicznej w kryształach.

Podstawiając za τ otrzymujemy

$$E(2\omega, L) \propto \int_0^L \exp \left[2i \left[\omega t - \left(k_1 - \frac{k_2}{2} \right) x - \frac{k_2 L}{2} \right] dx \right] \quad (16)$$

Całkując i podnosząc do kwadratu to wyrażenie, otrzymujemy natężenie drugiej harmonicznej w postaci

$$I_2 = |E(2\omega, L)|^2 \propto I_1^2 \left[\frac{\sin(k_1 - \frac{k_2}{2})L}{(k_1 - \frac{k_2}{2})} \right]^2. \quad (17)$$

Dokładne rachunki prowadzą do następującego wzoru

$$I_2 = I_1^2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{\omega^2 \chi_2^2}{2c^2 n_1 n_2} L^2 \left[\frac{\sin(\Delta k \frac{L}{2})}{(\Delta k \frac{L}{2})} \right]^2, \quad (18)$$

gdzie: $\Delta k = k_2 - 2k_1$.

Z równań wynika, że natężenie drugiej harmonicznej osiąga maksimum, kiedy fale pokonają odległość $l_c = \pi/(2k_1 - k_2)$ w kryształach. Natężenie drugiej harmonicznej staje się równe zero po przejściu parzystych wielokrotności długości koherencji.

Występowanie funkcji typu $\sin(x)/x$ we wzorze (18) oznacza, że dla $\Delta k \neq 0$ natężenie drugiej harmonicznej silnie maleje nawet, jeżeli L dobiera precyzyjnie tak, by sinus we wzorze (18) był równy 1.

Skutecznym rozwiązaniem jest więc dopasowanie współczynników załamania, tak by:

$$\vec{\Delta k} = \vec{k}_2 - 2\vec{k}_1 = 0 \quad (19)$$

Najczęstszą metodą jest wykorzystanie dwójłomności nieliniowego ośrodka (np. KDP lub ADP), który musi być anizotropowy, jeśli w ogóle ma generować drugą harmoniczną. Ze wzoru (19) wynika bowiem, że jeśli w pewnym kierunku, współczynniki załamania fali podstawowej i drugiej harmonicznej są równe, wtedy natężenie drugiej harmonicznej osiąga wartość największą i jest proporcjonalne do kwadratu grubości kryształu (18). Jeżeli współczynnik załamania kryształu dla promienia nadzwyczajnego o częstotliwości 2ω jest znacznie mniejszy niż współczynnik załamania dla promienia zwyczajnego o częstotliwości ω wtedy może się zdarzyć, że powierzchnie elipsoid współczynników załamania przetną się - wzdłuż pewnego kierunku tworzącego kąt z osią optyczną kryształu oba współczynniki załamania będą równe. W warunkach dopasowania łatwo jest osiągnąć 20% sprawności konwersji na drugą harmoniczną przy jednokrotnym przejściu przez kryształ kilku centymetrowy. Często kryształ umieszcza się we wnęce laserowej, zwiększając tym samym znacznie zarówno wydajność i natężenie II harmonicznej.

III.

Literatura

1. J. Stankowski, A. Graja, *Wstęp do elektroniki kwantowej*
2. A. H. Piekara, *Nowe oblicze Optyki*
3. B. Ziętek, *Optoelektronika*
4. F. Kaczmarek, *Wstęp do fizyki laserów*
5. W.D. Hershberer, *Elektronika ciała stałego*
6. J. Wilson, *Optoelectronics*

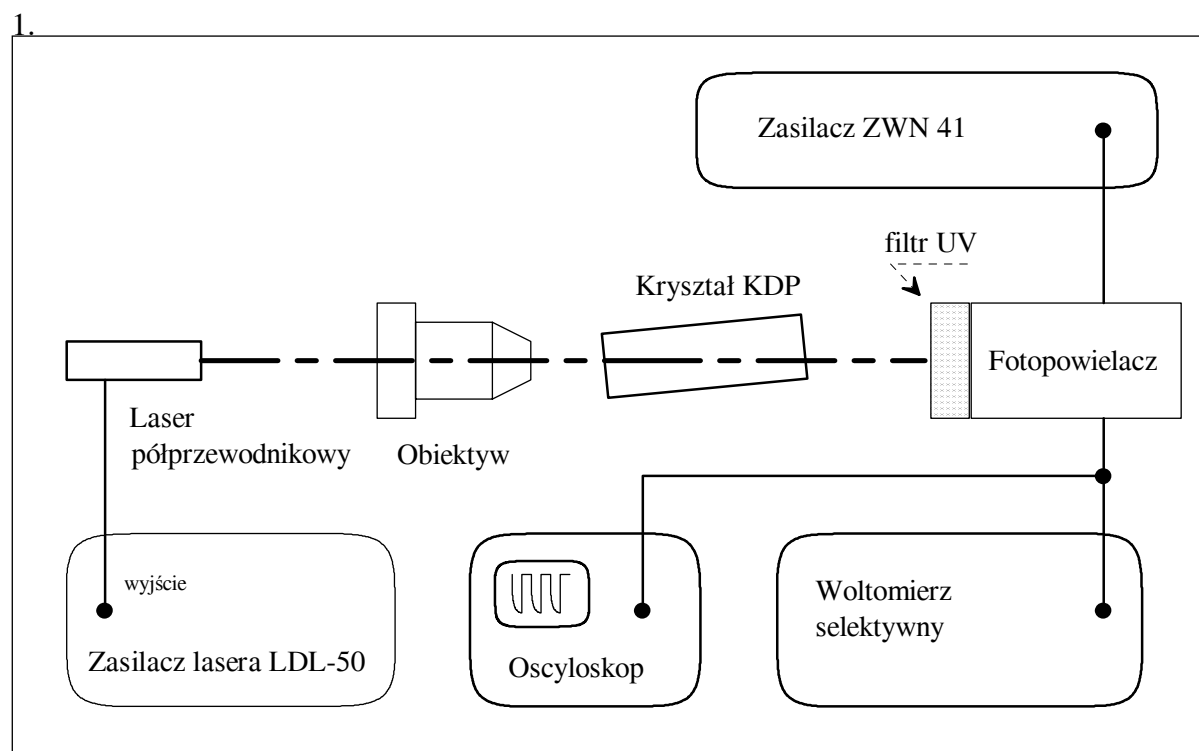
IV. Wykonanie zadania

Uwaga:

zastosowany laser półprzewodnikowy jest urządzeniem klasy 3B i emituje promieniowanie niebezpieczne dla wzroku w każdych warunkach. Należy zachować szczególną ostrożność podczas pracy.

Układ eksperymentalny (rys. 3) składa się z:

1. lasera półprzewodnikowego TOLD 9150 o mocy około 30 mW z zasilaczem LDL-50 ($\lambda_{\text{em}} = 685.4 \text{ nm}$),
2. obiektywu mikroskopowego,
3. kryształu KDP,
4. fotopowielacza z filtrem UV odcinającym wiązkę pierwotną,
5. zasilacza wysokiego napięcia,
6. oscyloskopu,
7. woltomierza selektywnego: Slective Nanovoltmeter type 237.



Rys. 3. Układ pomiarowy

Sposób wykonania zadania

1. Zestawić układ pomiarowy.
2. Uruchomić laser, włączyć modulację wiązki (MOD); w tych warunkach laser emituje prostokątne impulsy światła z częstotliwością około 1 kHz i wypełnieniem 0.5 - chwilowe natężenie promieniowania podczas impulsu wyznacza się ze wzoru
$$P(mW) = 369 \cdot i_{MOD}(mA) .$$
3. Starannie ustawić obiektyw mikroskopowy tak, by wiązka lasera wchodziła do niego centralnie, znaleźć przewężenie wiązki gaussowskiej za obiektywem.
4. Umieścić kryształ nieliniowy tak, by przewężenie znalazło się wewnątrz kryształu,
5. Ustawić wzmacnienie toru Y oscyloskopu na maksimum.
6. Zgasić światło w pomieszczeniu, uruchomić zasilacz fotopowielacza, ustawić -650 V (czerwona kropka).
7. Zorientować kryształ (obracając wokół 3 osi kryształu) tak, by uzyskać na ekranie oscyloskopu maksymalny sygnał w kształcie fali prostokątnej.
8. Z oscyloskopu wyznaczyć przybliżoną częstotliwość impulsów i na tę częstotliwość ustawić wzmacniacz selektywny, dostroić częstotliwość wzmacniacza na maksimum sygnału.
9. Wykonać systematyczne pomiary sygnału II harmonicznej ze wzmacniacza selektywnego w funkcji natężenia wiązki pierwotnej (odczyt wskazań miernika zasilacza lasera - i_{MOD}).
10. Sporządzić wykres, zweryfikować zależność $I_2 \propto I_1^2$ (18) dopasowując do punktów pomiarowych zależność liniową oraz kwadratową i porównując współczynniki korelacji.
11. Przedyskutować otrzymane wyniki.